Державна Підсумкова Атестація

2015

МАТЕМАТИКА

О. С. Істер, О. В. Єргіна

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ

для атестаційних письмових робіт з математики

11 клас

О.С. ІСТЕР, О.В. ЄРГІНА

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ

для атестаційних письмових робіт з математики

11 клас

Київ
Генеза
2015

УДК 51(079.1)
ББК 22.1я721
І-89

Рецензенти: *О.М. Герасимович*, методист з математики НМЦ природничо-математичної освіти і технологій ІППО КУ імені Бориса Грінченка; *Г.М. Уланова-Ковальчук*, учитель вищої категорії Київського військового ліцею імені Івана Богуна, учитель-методист.

Істер О.С.

І-89 Збірник завдань для атестаційних письмових робіт з математики : 11-й кл. / О.С. Істер, О.В. Єргіна. – Київ : Генеза, 2015. – 40 с. : іл.

ISBN 978-966-11-0553-8.

Посібник призначено для підготовки та проведення державної підсумкової атестації з математики в старшій школі.

Він містить 12 варіантів атестаційних робіт, з яких варіанти № 1–4, № 5–8 та № 9–12 є однотипними. Кожен варіант включає 23 тестових завдання (19 – за програмою академічного рівня, 4 – за програмами профільного та поглибленого рівнів).

Зміст завдань кожного з варіантів відповідає державним вимогам до рівня загальноосвітньої підготовки учнів з математики.

УДК 51(079.1)
ББК 22.1я721

ISBN 978-966-11-0553-8

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Щодо змісту збірника та зручності його використання

Цей посібник може бути використано як для підготовки до ДПА, так і для її проведення.

Він містить 12 варіантів атестаційних письмових робіт, з яких **варіанти № 1–4, варіанти № 5–8 та варіанти № 9–12 – однотипні.**

Кожен з варіантів містить 23 тестових завдання (19 завдань за програмою академічного рівня та 4 завдання за програмами профільного та поглибленого рівнів). Завдання відрізняються між собою за формою та рівнем складності. Зміст завдань кожного з варіантів відповідає державним вимогам до рівня загальноосвітньої підготовки учнів з математики.

Під час використання збірника немає потреби друкувати бланки відповідей до тестових завдань закритого типу, оскільки кожен з варіантів є відрізним аркушем, що містить не лише умови всіх завдань, а й місце для внесення відповідей до завдань 1–16. Отже, кожен варіант одночасно є бланком відповідей, який після заповнення і виконання роботи підкладається до основної роботи, тобто до проштампованих навчальним закладом і підписаних учнями аркушів у клітинку, на яких вони записують розв'язання завдань 17–23.

Щодо обсягу атестаційної роботи та часу на її виконання

Учні, які вивчали математику за програмою рівня стандарту, виконують усі завдання 1–17, а також одне із завдань 18, 19 за власним вибором. Якщо учень розв'язав і завдання 18, і завдання 19, до підсумкового результату зараховується лише одне з них (з кращим результатом).

Учні, які вивчали математику за програмою академічного рівня, виконують усі завдання 1–19.

Учні, які вивчали математику за програмою профільного рівня, виконують усі завдання 1–19 і ще два завдання (одне з алгебри й одне з геометрії) із завдань 20–23 за власним вибором. Якщо учень розв'язав обидва завдання з алгебри і початків аналізу, до підсумкового результату зараховується лише один (кращий) результат, так само і з геометрії.

Учні класів (шкіл) з поглибленим вивченням математики, які продовжували в старшій школі вивчення предметів «Алгебра і початки аналізу» та «Геометрія» за програмою поглибленого рівня, виконують усі завдання 13–23 атестаційної роботи.

Час на виконання атестаційної письмової роботи з математики складає 135 хвилин для учнів, які вивчали математику за програмою рівня стандарту або академічного рівня, та 180 хвилин для учнів, що вивчали математику за програмою профільного рівня або у класах з поглибленим вивченням математики.

Указані рекомендації щодо кількості завдань та часу на їх виконання є орієнтовними, їх можна корегувати залежно від особливостей навчального процесу в кожному конкретному загальноосвітньому закладі.

Щодо структури та оцінювання завдань атестаційної письмової роботи

Завдання 1–12 – це тестові завдання закритого типу на вибір однієї правильної відповіді із чотирьох запропонованих. Таблицю для внесення відповідей до них розміщено поряд з умовами цих завдань.

Кожне із завдань 1–12 вважається виконаним правильно, якщо в таблиці для відповідей до кожного завдання вказано позначкою тільки одну літеру, що, на думку учня, є правильним варіантом відповіді. Будь-яких міркувань, що пояснюють цей вибір, учень наводити не повинен.

Кожне правильно виконане завдання 1–12 оцінюється в 1 бал. Якщо учень указав правильну відповідь, то за виконання цього завдання нараховується 1 бал, якщо відповідь є неправильною, то виконання завдання оцінюється в 0 балів.

Якщо учень бажає внести зміни в уже записану відповідь до якогось із завдань 1–12, він має замалювати клітинку з неправильною відповіддю та зробити позначку в тій клітинці, що відповідатиме правильній, на його думку, відповіді.

Завдання 13–16 – це тестові завдання відкритої форми з короткою відповіддю. До кожного із цих завдань є рядок для запису відповіді. Кожне із завдань 13–16 вважається виконаним правильно, якщо у вказаний рядок записано тільки правильну відповідь (наприклад, число, вираз, проміжок тощо). Усі необхідні обчислення, малюнки, перетворення під час розв'язування цих завдань учні виконують на чернетках.

Правильне розв'язання кожного із завдань 13–16 оцінюється у 2 бали. Якщо до завдання записано правильну відповідь, за це нараховується 2 бали, якщо ж відповідь є неправильною, бали за таке завдання не нараховуються. Часткове виконання такого завдання (наприклад, якщо учень правильно знайшов один з двох коренів рівняння або розв'язків системи рівнянь) оцінюється в 1 бал.

Якщо учень бажає внести зміни у відповідь до якогось із завдань 13–16, він має закреслити відповідний запис і поряд записати інший.

Завдання 17–23 – завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Кожне з них вважається виконаним правильно, якщо наведено розгорнутий запис розв'язання з обґрунтуванням кожного його етапу та отримано правильну відповідь.

Завдання 17–23 учні виконують на окремих аркушах зі штампом загальноосвітнього навчального закладу, до яких у кінці роботи підкладається відрізний аркуш з виконаними завданнями 1–16. Формулювання завдань 17–23 учні не переписують, а лише вказують їх номер.

Правильне розв'язання завдання 17 оцінюється у 4 бали, а завдань 18–23 – у 6 балів.

Оцінювання завдань 17–23 пропонуємо здійснювати за критеріями, наведеними в таблиці 1.

Таблиця 1

Дії учня	Оцінювання завдання в балах	
	Максимальний бал — 6	Максимальний бал — 4
Отримав правильну відповідь і навів повне обґрунтування розв'язання	6 балів	4 бали
Отримав правильну відповідь, але вона недостатньо обґрунтована або розв'язання містить незначні недоліки	5 балів	3 бали
Отримав відповідь, записав правильний хід розв'язання, але в процесі розв'язування припустився помилки обчислювального або логічного (при обґрунтуванні) характеру	4 бали	
Суттєво наблизився до правильного кінцевого результату або в результаті знайшов лише частину правильної відповіді	3 бали	2 бали

Продовження таблиці

Розпочав розв'язувати правильно, але в процесі розв'язування припустився помилки в застосуванні необхідного твердження чи формули	2 бали	1 бал
Лише почав правильно розв'язувати завдання або почав хибним шляхом, але в подальшому окремі етапи розв'язування виконав правильно (виконав тотожні перетворення, розв'язав рівняння тощо)	1 бал	
Розв'язання не відповідає жодному з наведених вище критеріїв	0 балів	0 балів

Примітка. У випадку, коли учні загальноосвітніх класів, які вивчали математику за програмою профільного рівня, а також учні класів з поглибленим вивченням математики правильно розв'язали стереометричні задачі 19 і 23 та навели повне обґрунтування однієї з них, при цьому до другої задачі правильно записали хід розв'язання із частковим обґрунтуванням його кроків, то розв'язання кожної із цих задач оцінюється у 6 балів.

Виправлення і закреслення в оформленні розв'язання завдань 17–23, якщо їх зроблено акуратно, не є підставою для зниження оцінки.

Учням має бути повідомлено про критерії оцінювання завдань 17–23 завчасно.

Щодо переведення оцінки в балах в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів

Сума балів, нарахованих за виконання атестаційної письмової роботи, переводиться в оцінку за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів за спеціальною шкалою.

Для учнів, які вивчали математику на рівні стандарту, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 30 (див. табл. 2). Відповідність між сумою балів за роботу та оцінкою за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень наведено в таблиці 3.

Таблиця 2

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1–12	по 1 балу	12 балів
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
Одне із завдань 18, 19	6 балів	6 балів
	Сума балів	30 балів

Таблиця 3

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–23	9
24–26	10
27–28	11
29–30	12

Для учнів, які вивчали математику на академічному рівні, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 36 (див. табл. 4). Відповідність між сумою балів за роботу та оцінкою за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 5.

Таблиця 4

Номери завдань	Кількість балів	Разом
1–12	по 1 балу	12 балів
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
18, 19	по 6 балів	12 балів
	Сума балів	36 балів

Таблиця 5

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–2	1
3–4	2
5–6	3
7–8	4
9–10	5
11–12	6
13–16	7
17–20	8
21–24	9
25–28	10
29–32	11
33–36	12

Для учнів, які вивчали математику на профільному рівні, максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 48 (див. табл. 6). Відповідність між сумою балів за роботу та оцінкою за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 7.

Таблиця 6

Номери завдань	Кількість балів	Разом
1–12	по 1 балу	12 балів
13–16	по 2 бали	8 балів
17	4 бали	4 бали
18, 19	по 6 балів	12 балів
Одне із завдань 20, 21	6 балів	6 балів
Одне із завдань 22, 23	6 балів	6 балів
	Сума балів	48 балів

Таблиця 7

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–3	1
4–6	2
7–9	3
10–12	4
13–15	5
16–18	6
19–23	7
24–28	8
29–33	9
34–38	10
39–43	11
44–48	12

Для учнів класів з поглибленим вивченням математики максимально можлива сума балів за атестаційну роботу становить 48 (див. табл. 8). Відповідність кількості набраних учнем балів оцінці за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів наведено в таблиці 9.

Таблиця 8

Номери завдань	Кількість балів	Разом
13–16	по 2 бали	**8 балів**
17	4 бали	**4 бали**
18, 19	по **6** балів	**12 балів**
20–23	по **6** балів	24 бали
	Сума балів	48 балів

Таблиця 9

Кількість набраних балів	Оцінка за 12-бальною системою оцінювання навчальних досягнень учнів
0–1	1
2–3	2
4–5	3
6–7	4
8–11	5
12–16	6
17–21	7
22–26	8
27–31	9
32–36	10
37–42	11
43–48	12

ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ АТЕСТАЦІЙНОЇ РОБОТИ І ОФОРМЛЕННЯ ВІДПОВІДЕЙ

Зразок виконання завдань атестаційної роботи й запису відповідей до завдань розглянемо на прикладі одного з варіантів.

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці

1. Обчисліть 0,12 + 1,2.

А) 1,14; **Б)** 1,122; **В)** 1,32; **Г)** 0,24.

Відповідь: В.

2. Спростіть вираз $-\frac{1}{3}a^2b \cdot 0{,}9ab^7$.

А) $-0{,}3a^3b^8$; **Б)** $0{,}33a^3b^8$; **В)** $-0{,}3(3ab)^{11}$; **Г)** $-\frac{1}{30}\,3a^3b^8$.

Розв'язання. $-\frac{1}{3}a^2b \cdot 0{,}9ab^7 = -\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{10}a^2abb^7 = -0{,}3a^3b^8$.

Відповідь: А.

3. Знайдіть дискримінант квадратного рівняння $x^2 + 2x - 3 = 0$.

А) −8; **Б)** 16; **В)** 14; **Г)** −10.

Розв'язання. $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$.

Відповідь: Б.

4. Відомо, що $a > b$ і $b > 0$. Укажіть правильну нерівність.

А) $a < 0$; **Б)** $-a > -b$; **В)** $\frac{a}{b} < 0$; **Г)** $-2a < -2b$.

Відповідь: Г.

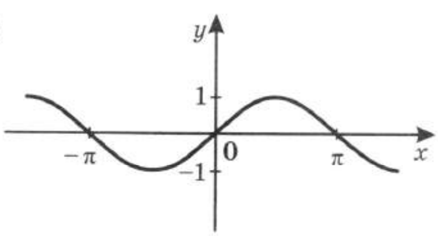
5. Укажіть функцію, що є показниковою.

А) $y = x^2$; **Б)** $y = 2^x$; **В)** $y = -2x$; **Г)** $y = \frac{2}{x}$.

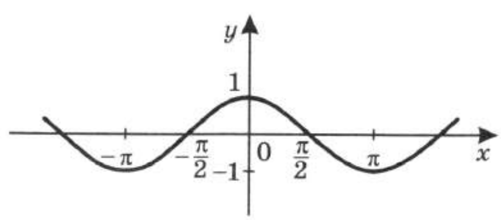
Відповідь: Б.

6. На якому з малюнків зображено графік функції $y = \sin(\pi - x)$?

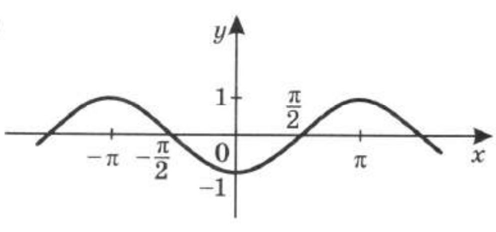
А)



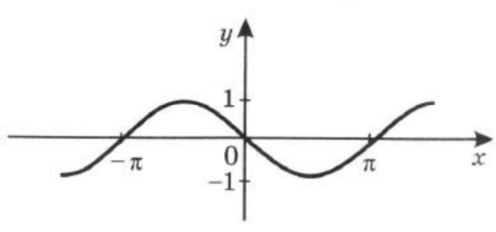
Б)



В)



Г)



Розв'язання. Оскільки $\sin(\pi - x) = \sin x$ для будь-якого значення x, то маємо функцію $y = \sin x$. Її графік зображено на малюнку А.

Відповідь: А.

7. Укажіть функцію, що є первісною для функції $f(x) = 2x$.

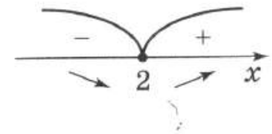
А) $F(x) = 2$; **Б)** $F(x) = 2 + x$; **В)** $F(x) = x^2 + 7$; **Г)** $F(x) = 2x$.

Розв'язання.

Оскільки $(x^2 + 7)' = 2x$, то $F(x) = x^2 + 7$ є первісною для функції $f(x) = 2x$.

Відповідь: В.

8. Знайдіть проміжок зростання функції $f(x) = x^2 - 4x + 3$.



А) $(-\infty; -2]$; **Б)** $[-2; +\infty)$; **В)** $[2; +\infty)$; **Г)** $(-\infty; 2]$.

Розв'язання.

$f'(x) = 2x - 4$; $f'(x) = 0$, коли $x = 2$. Функція зростає на проміжку $[2; +\infty)$.

Відповідь: В.

9. Сума трьох сторін ромба дорівнює 12 см. Знайдіть його периметр.

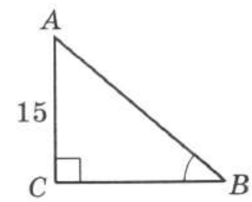
А) 12 см; **Б)** 16 см; **В)** 24 см; **Г)** 48 см.

Розв'язання. Сторона ромба $a = 12 : 3 = 4$ (см), його периметр $P = 4a = 4 \cdot 4 = 16$ (см).

Відповідь: Б.

10. У трикутнику ABC $\angle C = 90°$, $\sin B = \frac{3}{5}$, $AC = 15$ см. Знайдіть AB.

А) 9 см; **Б)** 16 см; **В)** 20 см; **Г)** 25 см.



Розв'язання. $\sin B = \frac{AC}{AB}$;

$AB = \frac{AC}{\sin B} = 15 : \frac{3}{5} = \frac{15 \cdot 5}{3} = 25$ (см).

Відповідь: Г.

11. Радіус основи конуса дорівнює 4 см, а твірна – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

А) 20 см^2; **Б)** 20π см^2; **В)** 12π см^2; **Г)** 15π см^2.

Розв'язання. $r = 4$ см; $l = 5$ см; $S_{біч} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi$ (см^2).

Відповідь: Б.

12. Порівняйте довжини відрізків AC і BC, якщо $A(-2; 3; 4)$, $B(0; 4; -1)$, $C(5; 4; 4)$.

А) $AC > BC$; **Б)** $AC < BC$;
В) $AC = BC$; **Г)** порівняти неможливо.

Розв'язання.

$$AC = \sqrt{(5+2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{50};$$

$$BC = \sqrt{(5-0)^2 + (4-4)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2 + 5^2} = \sqrt{50}.$$

Отже, $AC = BC$.

Відповідь: В.

Зразок оформлення відповідей до завдань 1–12

	А	Б	В	Г
1			X	
2	X			
3		X		
4				X
5		X		
6	X			
7			X	
8			X	
9		X		
10				X
11		X		
12			X	

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Обчисліть $\log_8 \cos\dfrac{\pi}{3}$.

Розв'язання. Оскільки $\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$, маємо:

$$\log_8 \cos\frac{\pi}{3} = \log_8 \frac{1}{2} = \log_{2^3} 2^{-1} = -\frac{1}{3}\log_2 2 = -\frac{1}{3}.$$

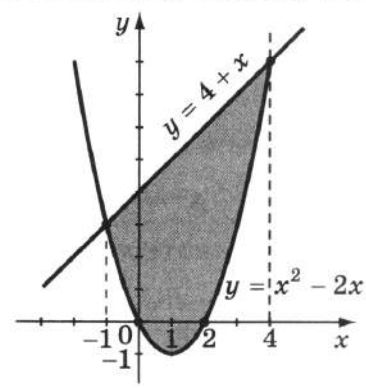
Відповідь: $-\dfrac{1}{3}$.

14. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти із цифр 0; 1; 2; 3, якщо цифри в числі не повторюються?

Розв'язання. З даних чотирьох цифр можна утворити $P_4 = 4!$ чотирицифрових записів. Але оскільки серед цифр є нуль, то треба виключити записи, які починаються з нього, тобто P_3 записів. Отже, можна отримати $P_4 - P_3 = 24 - 6 = 18$ чисел.

Відповідь: 18.

15. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями $y = x^2 - 2x$ і $y = 4 + x$.



Розв'язання.

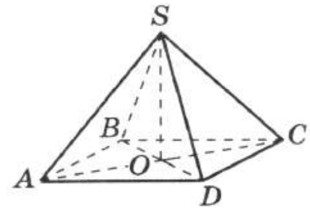
Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій:
$x^2 - 2x = 4 + x$; $x^2 - 3x - 4 = 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = 4$.
Зображуємо графіки схематично в координатній площині. Тоді:

$$S = \int_{-1}^{4}((4+x)-(x^2-2x))dx = \int_{-1}^{4}(4+3x-x^2)dx = \left(4x + 3\cdot\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{4} =$$

$$= \left(4\cdot 4 + 3\cdot\frac{4^2}{2} - \frac{4^3}{3}\right) - \left(4\cdot(-1) + 3\cdot\frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3}\right) = 18\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6} = 20\frac{5}{6}.$$

Відповідь: $20\dfrac{5}{6}$.

16. Основою піраміди є прямокутник з більшою стороною $9\sqrt{3}$ см і кутом $60°$, який утворює діагональ основи з меншою стороною. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 15 см. Знайдіть об'єм піраміди.



Розв'язання.

На малюнку основою піраміди є прямокутник $ABCD$; $AD = 9\sqrt{3}$ см; $\angle ACD = 60°$, точка O – основа висоти.

У трикутнику ACD ($\angle D = 90°$): $CD = \dfrac{AD}{\operatorname{tg} 60°} = \dfrac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 9$ (см). $S_{ABCD} = AD \cdot DC = 9 \cdot 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3}$ (см^2).

Оскільки $SA = SB = SC = SD$, то $\triangle SOA = \triangle SOB = \triangle SOC = \triangle SOD$ (за катетом і гіпотенузою), то $AO = BO = CO = DO$.

Точка O рівновіддалена від вершин прямокутника $ABCD$ і належить площині основи, а тому є центром описаного навколо цього прямокутника кола (точкою перетину діагоналей прямокутника).

У трикутнику ADC: $AC = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 + 9^2} = 18$ (см). $OC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{18}{2} = 9$ (см).

У трикутнику SOC: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (см).

Тоді об'єм піраміди

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 81\sqrt{3} \cdot 12 = 324\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}.$$

Відповідь: $324\sqrt{3}$ см^3.

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $3 \cdot 4^{2x} - 2 \cdot 4^{2x-1} + 5 \cdot 4^{2x-2} = 45$.

Розв'язання. Розв'яжемо рівняння за допомогою рівносильних перетворень:

$$3 \cdot 4^{2x} - 2 \cdot 4^{2x-1} + 5 \cdot 4^{2x-2} = 45;$$
$$3 \cdot 4^{2x} - 2 \cdot 4^{2x} \cdot 4^{-1} + 5 \cdot 4^{2x} \cdot 4^{-2} = 45;$$
$$4^{2x}\left(3 - 2 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{16}\right) = 45;$$
$$4^{2x} \cdot \frac{45}{16} = 45;$$
$$4^{2x} = 16;$$
$$4^{2x} = 4^2;$$
$$2x = 2;$$
$$x = 1.$$

Відповідь: 1.

18. Спростіть вираз $\dfrac{(\cos\alpha - \cos 3\alpha)(\sin\alpha + \sin 3\alpha)}{1 - \cos 4\alpha}$.

Розв'язання. Спростимо вираз на його області допустимих значень.

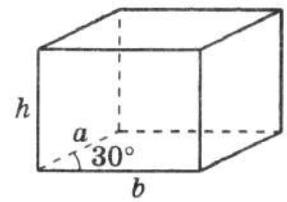
$$\frac{(\cos\alpha - \cos3\alpha)(\sin\alpha + \sin3\alpha)}{1-\cos4\alpha} = \frac{2\sin\frac{3\alpha-\alpha}{2}\sin\frac{3\alpha+\alpha}{2}\cdot 2\sin\frac{\alpha+3\alpha}{2}\cos\frac{3\alpha-\alpha}{2}}{2\sin^2 2\alpha} =$$

$$= \frac{2\sin\alpha\sin2\alpha\cdot\sin2\alpha\cos\alpha}{\sin^2 2\alpha}.$$

Далі, скоротивши на $\sin2\alpha$, маємо: $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin2\alpha$.

Відповідь: $\sin2\alpha$.

19. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм з гострим кутом 30° і площею 15 см^2. Площі бічних граней паралелепіпеда дорівнюють 20 см^2 і 24 см^2. Знайдіть висоту паралелепіпеда.



Розв'язання. Нехай на малюнку зображено даний прямий паралелепіпед, сторони основи якого дорівнюють a і b, а висота – h.

За умовою $S_{осн} = ab\sin30^\circ = 15$, тобто $\frac{1}{2}ab = 15$; $ab = 30$.

Бічні грані паралелепіпеда – прямокутники зі сторонами a та h і b та h. Тому за умовою $ah = 20$; $bh = 24$. Маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} ab = 30, \\ ah = 20, \\ bh = 24. \end{cases}$$

Перемноживши почленно ліві й праві частини рівнянь системи, одержимо:

$$a^2b^2h^2 = 30\cdot20\cdot24 = 3\cdot10\cdot2\cdot10\cdot2\cdot3\cdot4;$$

$$(abh)^2 = (10\cdot2\cdot3\cdot2)^2.$$

Враховуючи, що $a > 0$, $b > 0$, $h > 0$, маємо: $abh = 120$.

Оскільки $ab = 30$, то $30h = 120$, $h = 4$.

Відповідь: 4 см.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $\cos x + \sin x = \frac{a}{\cos x}$.

Розв'язання. Знайдемо ОДЗ змінної в рівнянні: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$. На ОДЗ вихідне рівняння рівносильне рівнянню: $\cos^2x + \sin x\cos x = a$. Враховуючи, що $a = a\cdot1 = a(\sin^2x + \cos^2x)$, маємо: $\cos^2x + \sin x\cos x = a(\sin^2x + + \cos^2x)$;

$$a\sin^2x - \sin x\cos x + (a-1)\cos^2x = 0. \qquad (1)$$

1) Якщо $a = 0$, то з даного в умові рівняння маємо:

$$\cos x + \sin x = 0; \quad \mathrm{tg}x = -1; \quad x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z.$$

2) Якщо $a \neq 0$, то маємо однорідне тригонометричне рівняння (1). Поділимо обидві частини цього рівняння на $\cos^2x \neq 0$. Одержимо: $a\mathrm{tg}^2x - \mathrm{tg}x + (a-1) = 0$. Заміна $\mathrm{tg}x = t$ приводить до рівняння $at^2 - t + (a-1) = 0$.

$D = 1 - 4a(a-1) = 1 + 4a - 4a^2.$

$D \geqslant 0$, якщо $a \in \left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right]$ (випадок $a = 0$ розглянули раніше).

Тоді $t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4a-4a^2}}{2a}$.

$\mathrm{tg}x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4a-4a^2}}{2a}$;

$x = \mathrm{arctg}\frac{1 \pm \sqrt{1+4a-4a^2}}{2a} + \pi m,\ m \in Z.$

Якщо $a \in \left[-\infty; \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}; +\infty\right]$, то рівняння розв'язків не має.

Відповідь: якщо $a = 0$, то $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$;

якщо $a \in \left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right]$, то $x = \mathrm{arctg}\frac{1 \pm \sqrt{1+4a-4a^2}}{2a} + \pi m,\ m \in Z$;

якщо $a \in \left[-\infty; \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}; +\infty\right]$, то рівняння розв'язків не має.

21. Розв'яжіть рівняння $2^x + 2^{-x} = 1 + \cos 5x$.

Розв'язання. Оскільки $2^x > 0$ і $2^{-x} > 0$, то за нерівністю Коші для середнього арифметичного і середнього геометричного маємо:

$\frac{2^x + 2^{-x}}{2} \geqslant \sqrt{2^x \cdot 2^{-x}}$; $2^x + 2^{-x} \geqslant 2$.

Нехай $f(x) = 2^x + 2^{-x}$, тоді $f(x) \geqslant 2$ для $x \in R$.

Оскільки $-1 \leqslant \cos 5x \leqslant 1$, то $0 \leqslant 1 + \cos 5x \leqslant 2$.

Нехай $g(x) = 1 + \cos 5x$, тоді $g(x) \leqslant 2$.

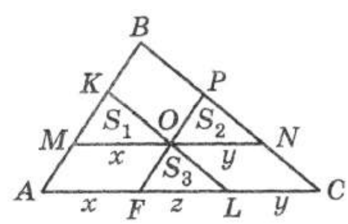
Отже, коренем рівняння може бути лише те значення x, для якого $f(x) = g(x) = 2$.

$2^x + 2^{-x} = 2$ тільки тоді, коли $x = 0$. Але при $x = 0$ маємо $1 + \cos 5x = 2$.

Отже, $x = 0$ – єдиний корінь рівняння.

Відповідь: 0.

22. Через деяку точку всередині трикутника паралельно його сторонам проведено три прямі. Ці прямі ділять трикутник на шість частин, три з яких – трикутники. Площі цих трикутників дорівнюють S_1, S_2 і S_3. Знайдіть площу даного трикутника.



Розв'язання.

Позначимо довжини відрізків $AF = x$, $LC = y$, $FL = z$.

З паралельності прямих MN, FP і KL відповідним сторонам трикутника ABC випливає, що кожний з отриманих трикутників MKO, OPN, FOL подібний трикутнику ABC (за двома кутами).

Якщо шукану площу трикутника ABC позначити через S, то за властивістю площ подібних трикутників можна записати такі три рівності:

$$\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} = \frac{x}{x+y+z}; \quad \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{y}{x+y+z}; \quad \frac{\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = \frac{z}{x+y+z}.$$

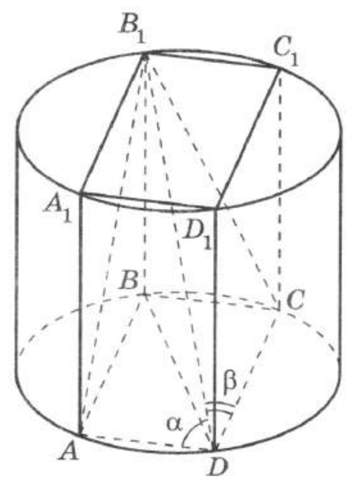
Додавши почленно ці три рівності, отримаємо:

$$\frac{\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = \frac{x+y+z}{x+y+z}, \text{ тобто } \frac{\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}}{\sqrt{S}} = 1.$$

Звідси маємо $\sqrt{S} = \sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}$, або $S = (\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3})^2$.

Відповідь: $(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3})^2$.

23. У циліндр вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з прилеглими до неї сторонами основи кути α і β. Знайдіть відношення об'єму паралелепіпеда до об'єму циліндра.



Розв'язання. Оскільки циліндр і паралелепіпед мають однакові висоти, то шукане відношення об'ємів дорівнює відношенню площ основ.

Позначимо радіус основи циліндра через R.

Тоді:

$$\frac{V_{\text{пар}}}{V_{\text{цил}}} = \frac{S_{ABCD}}{\pi R^2} = \frac{AD \cdot DC}{\pi R^2}.$$

Оскільки $BA \perp AD$ і BA є проекцією B_1A на площину основи паралелепіпеда, то за теоремою про три перпендикуляри $B_1A \perp AD$.

$\angle ADB_1$ — це кут, який утворює діагональ B_1D зі стороною AD основи паралелепіпеда, за умовою $\angle ADB_1 = \alpha$. Позначимо $B_1D = d$.

Із трикутника B_1AD ($\angle A = 90°$, $\angle ADB_1 = \alpha$, $B_1D = d$) маємо: $AD = d\cos\alpha$.

Аналогічно з трикутника B_1DC маємо: $DC = d\cos\beta$.

$$S_{ABCD} = AD \cdot DC = d^2\cos\alpha\cos\beta.$$

Із трикутника ABD ($\angle A = 90°$) за теоремою Піфагора знаходимо

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = d\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta}.$$

Враховуючи, що $BD = 2R$, маємо $R = \frac{d}{2}\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta}$.

Таким чином:

$$\frac{V_{\text{пар}}}{V_{\text{цил}}} = \frac{d^2\cos\alpha\cos\beta}{\pi\frac{d^2}{4}(\cos^2\alpha + \cos^2\beta)} = \frac{4\cos\alpha\cos\beta}{\pi(\cos^2\alpha + \cos^2\beta)}.$$

Відповідь: $\frac{4\cos\alpha\cos\beta}{\pi(\cos^2\alpha + \cos^2\beta)}$.

Прізвище, ім'я ______________________ *Клас* __________ ***Варіант 1***

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. $42 - 18 + 24 : 6 = \ldots$

А) 20; **Б)** 35; **В)** 28; **Г)** 6.

2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x = 2y - 1, \\ x + 5y = 13. \end{cases}$

А) (2; 3); **Б)** (3; 2); **В)** (7; 4); **Г)** $\left(2\frac{3}{7};\ 1\frac{5}{7}\right)$.

3. Подайте степінь a^{-4} у вигляді дробу.

А) $\frac{1}{a^{-4}}$; **Б)** $-\frac{1}{a^4}$; **В)** $-\frac{1}{a^{-4}}$; **Г)** $\frac{1}{a^4}$.

4. Знайдіть суму нескінченної спадної геометричної прогресії 16; 8; 4; ...

А) 32; **Б)** 24; **В)** $10\frac{2}{3}$; **Г)** 40.

5. Радіанна міра кута дорівнює $\frac{2\pi}{3}$. Укажіть його градусну міру.

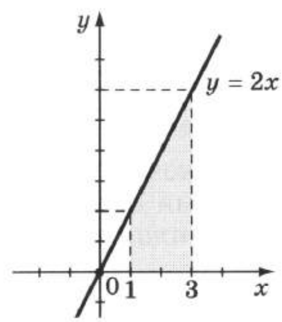
А) 90°; **Б)** 120°; **В)** 240°; **Г)** 60°.

6. Обчисліть $5^{2-\sqrt{3}} : 5^{3-\sqrt{3}}$.

А) $5^{5-2\sqrt{3}}$; **Б)** 5; **В)** $\frac{1}{5}$; **Г)** 1.

7. Укажіть похідну функції $y = x^7 - \cos x$.

А) $7x^6 - \sin x$; **В)** $x^7 + \sin x$; **Б)** $\frac{x^8}{8} + \sin x$; **Г)** $7x^6 + \sin x$.

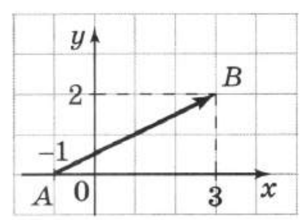


8. Знайдіть площу фігури, яку заштриховано на малюнку.

А) 6; **Б)** 7; **В)** 8; **Г)** 9.

9. Промінь PK проходить між сторонами кута APB, $\angle APK = 25°$, $\angle KPB = 35°$. Знайдіть градусну міру кута APB.

А) 10°; **Б)** 20°; **В)** 30°; **Г)** 60°.



10. Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{AB}$, зображеного на малюнку.

А) (4; 2); **Б)** (2; 2); **В)** (–4; –2); **Г)** (–2; –2).

11. Знайдіть об'єм піраміди, площа основи якої дорівнює 15 см^2, а висота – 4 см.

А) 60 см^3; **Б)** 20 см^3; **В)** 30 см^3; **Г)** 240 см^3.

12. Прямі a і b паралельні в просторі, а пряма c перетинає пряму a. Укажіть правильне твердження про можливе взаємне розташування прямих b і c.

А) прямі b і c можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;

Б) прямі b і c можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;

В) прямі b і c можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;

Г) прямі b і c можуть перетинатися або бути мимобіжними, не можуть бути паралельними.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть число x, якщо $\lg x = \frac{2}{3}\lg 27 + 3\lg 2 - \frac{1}{2}\lg 36$.

Відповідь: ______________________________

14. У коробці є 30 карток, які пронумеровано натуральними числами від 1 до 30. Із коробки навмання беруть одну картку. Знайдіть ймовірність того, що її номер не є дільником числа 30.

Відповідь: ______________________________

15. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} - 8 = 0$.

Відповідь: ______________________________

16. Висота конуса дорівнює 5 см, а різниця твірної і радіуса основи – 1 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

Відповідь: ______________________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

18. Знайдіть точки максимуму функції $f(x) = x^3 + 6x^2 - 3x + 3$.

19. Основою прямої призми є ромб, сторона якого дорівнює a. Тупий кут між площинами двох бічних граней призми дорівнює φ. Більша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом β. Знайдіть об'єм призми.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких рівняння $(2a - 1)x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ має не більше ніж один корінь.

21. Побудуйте на координатній площині множину точок, координати яких $(x;\ y)$ задовольняють нерівність $|x^2 + y^2 + 2y| \leqslant 2x$.

22. Бічні сторони трапеції дорівнюють 3 см і 5 см. Відомо, що у трапецію можна вписати коло. Середня лінія трапеції ділить її на дві частини, відношення площ яких дорівнює 5 : 11. Знайдіть основи трапеції.

23. Знайдіть радіус кулі, описаної навколо правильної трикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює a, а плоский кут при вершині – γ.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 2**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. Обчисліть: $2 \cdot (70 - 8^2)$.

А) 108; **Б)** 76; **В)** 268; **Г)** 12.

2. Укажіть пару чисел, що є розв'язком рівняння $x - y = 5$.

А) (6; −1); **Б)** (2; 7); **В)** (7; 2); **Г)** (−2; −6).

3. Подайте число $329 \cdot 10^{-5}$ у стандартному вигляді.

А) $32{,}9 \cdot 10^{-4}$; **Б)** $3{,}29 \cdot 10^{-5}$; **В)** $3{,}29 \cdot 10^{-7}$; **Г)** $3{,}29 \cdot 10^{-3}$.

4. (a_n) – арифметична прогресія, $a_1 = 3$; $d = -2$. Знайдіть a_{11}.

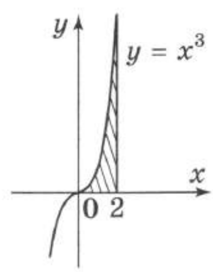
А) 17; **Б)** −17; **В)** −19; **Г)** −15.

5. $\cos 405° = \ldots$

А) −1; **Б)** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; **В)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **Г)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geqslant -1$.

А) $[4; +\infty)$; **Б)** $(-\infty; 4]$; **В)** $(1; 4)$; **Г)** $(1; 4]$.

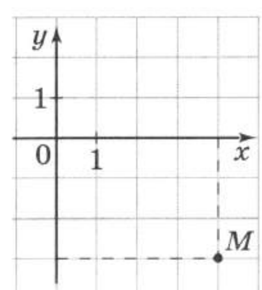


7. Знайдіть похідну функції $y = 7 - e^x$.

А) $-e^x$; **Б)** e^x; **В)** $7 - e^x$; **Г)** $7x - e^x$.

8. Знайдіть площу заштрихованої на малюнку фігури.

А) 8; **Б)** 4; **В)** 2; **Г)** 16.



9. Сума двох із чотирьох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює 260°. Знайдіть гострий кут між прямими.

А) 130°; **Б)** 65°; **В)** 25°; **Г)** 50°.

10. Користуючись малюнком, знайдіть відстань від точки M до початку координат.

А) 1; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5.

11. Знайдіть площу бічної поверхні правильної шестикутної піраміди, якщо площа її бічної грані дорівнює 5 см^2.

А) 25 см^2; **Б)** 30 см^2; **В)** 35 см^2; **Г)** 40 см^2.

12. Усі вершини ромба $ABCD$ лежать у площині α. Пряма m паралельна прямій AB. Укажіть можливе взаємне розташування прямої m і площини α.

А) пряма m може належати площині α або перетинати її, пряма m не може бути паралельною площині α;

Б) пряма m може належати площині α, пряма m не може перетинати площину α або бути паралельною площині α;

В) пряма m може належати площині α або бути паралельною площині α, пряма m не може перетинати площину α;

Г) пряма m може належати площині α, бути паралельною площині α або перетинати площину α.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Обчисліть $\log_6\left(2\log_5\sqrt{5}\right)+4^{\frac{1}{2}\log_4 9}$.

Відповідь: ______________________

14. З ящика, що містить п'ять пронумерованих числами від 1 до 5 кульок, навмання витягають одну за одною всі кульки. Знайдіть ймовірність того, що всі кульки буде витягнуто в порядку послідовної нумерації.

Відповідь: ______________________

15. Розв'яжіть рівняння $2\sqrt{x-1}-\dfrac{3}{\sqrt{x-1}}=5$.

Відповідь: ______________________

16. Висота конуса відноситься до його діаметра як 2 : 3, а твірна конуса дорівнює 10 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x-\sqrt{2}\sin x=0$.

18. Знайдіть точки мінімуму функції $f(x)=-x^3-3x^2+18x-2$.

19. Основою прямої призми є ромб, сторона якого дорівнює a. Гострий кут між площинами двох бічних граней призми дорівнює φ. Менша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом β. Знайдіть об'єм призми.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких рівняння $(2a+1)x^2-ax+a-2=0$ має два різних корені.

21. Побудуйте на координатній площині множину точок, координати яких $(x;\ y)$ задовольняють нерівність $\left|x^2+y^2+2y\right|\leqslant -2x$.

22. Середня лінія рівнобічної трапеції ділить її на дві частини, відношення площ яких дорівнює 7 : 13. Знайдіть висоту трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 5 см і в трапецію можна вписати коло.

23. У кулю радіуса R вписано правильну чотирикутну піраміду. Кут між бічним ребром і стороною основи піраміди дорівнює γ. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Прізвище, ім'я ______________________ ***Клас*** ________ ***Варіант 3***

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. $26 - 2 \cdot 8 + 7 = \dots$.

А) 199; **Б)** 3; **В)** 17; **Г)** −4.

2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 3, \\ 3x - y = 5. \end{cases}$

А) (1; 2); **Б)** (2; 1); **В)** (−4; 7); **Г)** (1; −2).

3. Спростіть вираз $(a^4)^{-2}$.

А) a^2; **Б)** a^{-2}; **В)** a^{-8}; **Г)** a^6.

4. (a_n) – арифметична прогресія, $a_1 = 5$, $a_2 = 7$. Знайдіть a_{21}.

А) 43; **Б)** 45; **В)** 47; **Г)** інша відповідь.

5. Для функції $y = \sin x$ знайдіть $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

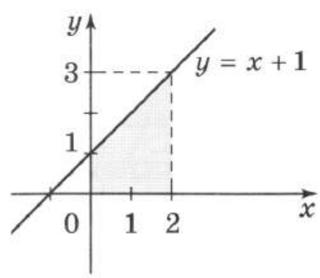
А) 0; **Б)** 0,5; **В)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **Г)** 1.

6. Обчисліть $\left(\frac{1}{9}\right)^{-1,5}$.

А) $\frac{1}{27}$; **Б)** 27; **В)** −27; **Г)** 3.

7. Знайдіть похідну функції $y = 6x^3$.

А) $\frac{3x^4}{2}$; **Б)** $2x^2$; **В)** $18x^2$; **Г)** $18x^3$.



8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, зображеної на малюнку.

А) 4,5; **Б)** 3,5; **В)** 3; **Г)** 4.

9. Укажіть пару кутів, які можуть бути суміжними.

А) 130° і 70°; **Б)** 125° і 45°; **В)** 92° і 88°; **Г)** 135° і 55°.

10. Дано вектори $\vec{a}(3; -1)$ і $\vec{b}(2; 4)$. Знайдіть координати вектора $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

А) (0; −14); **Б)** (0; 14); **В)** (12; 10); **Г)** (12; −14).

11. Знайдіть об'єм піраміди, висота якої дорівнює 4 см, а основою є квадрат зі стороною 6 см.

А) 48 см^3; **Б)** 24 см^3; **В)** 32 см^3; **Г)** 144 см^3.

12. Пряма a паралельна площині β, а пряма b належить площині β. Укажіть можливе взаємне розташування прямих a і b.

А) прямі a і b можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;

Б) прямі a і b можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;

В) прямі a і b можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;

Г) прямі a і b можуть бути паралельними або мимобіжними, не можуть перетинатися.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть x, якщо $\log_2 x = \log_4 32 + 2\log_4 3 - \log_4 2$.

Відповідь: ______________________

14. Дванадцять карток пронумеровано числами від 1 до 12. Одночасно навмання беруть дві з них. Яка ймовірність того, що сума їх номерів дорівнюватиме 12?

Відповідь: ______________________

15. Розв'яжіть рівняння $x = \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 4x - 5}$.

Відповідь: ______________________

16. Висота конуса дорівнює 12 см, а сума його твірної і радіуса – 18 см. Знайдіть об'єм конуса.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0$.

18. Знайдіть точки максимуму функції $f(x) = x^3 - 3x^2 - 12x - 4$.

19. Основою прямої призми є ромб, сторона якого дорівнює a. Тупий кут між площинами двох бічних граней призми дорівнює φ. Менша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом β. Знайдіть об'єм призми.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких рівняння $(3a - 1)x^2 + 2ax + 3a - 2 = 0$ має два різних корені.

21. Побудуйте на координатній площині множину точок, координати яких $(x; y)$ задовольняють нерівність $\left|x^2 + y^2 + 2x\right| \leqslant -2y$.

22. Бічні сторони трапеції дорівнюють 10 см і 6 см, а її середня лінія ділить трапецію на частини, відношення площ яких дорівнює 11 : 5. Знайдіть основи трапеції, якщо відомо, що в неї можна вписати коло.

23. У кулю радіуса R вписано правильну трикутну піраміду. Кут нахилу бічної грані піраміди до площини основи дорівнює α. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 4**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. $(12 - 2^3) \cdot 5 = \ldots$

А) 30; **Б)** 20; **В)** 5000; **Г)** 50.

2. Укажіть рівняння, графік якого проходить через точку $A(-3;\ 2)$.

А) $x + 4y = 11$; **Б)** $x - 3y = 9$; **В)** $5x + y = 7$; **Г)** $2x + y = -4$.

3. Яке із чисел подано в стандартному вигляді?

А) $0{,}03 \cdot 10^{15}$; **Б)** $1{,}03 \cdot 10^{15}$; **В)** $1{,}03 \cdot 8^{15}$; **Г)** 119.

4. Послідовність (b_n) – геометрична прогресія. Знайдіть b_4, якщо $b_1 = 64$, $b_2 = -32$.

А) -4; **Б)** 4; **В)** -8; **Г)** 8.

5. Укажіть вираз, значення якого є додатним числом.

А) $\sin(-30°)$; **Б)** $\cos(-45°)$; **В)** $\mathrm{tg}(-60°)$; **Г)** $\mathrm{ctg}(-90°)$.

6. Розв'яжіть нерівність $\log_5(2x - 1) \leqslant 2$.

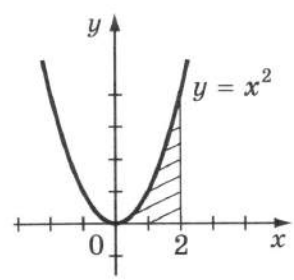
А) $(0{,}5;\ 5{,}5]$; **Б)** $(-\infty;\ 13]$; **В)** $[0{,}5;\ 13]$; **Г)** $(0{,}5;\ 13]$.

7. Знайдіть похідну функції $y = \cos x - x^2$.

А) $\sin x - 2x$; **Б)** $\sin x - \dfrac{x^3}{3}$;

В) $\sin x - 2x$; **Г)** $\sin x - \dfrac{x^3}{3}$.

8. Знайдіть площу заштрихованої фігури, яку зображено на малюнку.



А) $2\frac{2}{3}$; **Б)** 4; **В)** 3; **Г)** $3\frac{1}{3}$.

9. Промінь AK – бісектриса кута BAC. Знайдіть градусну міру кута KAC, якщо $\angle BAC = 40°$.

А) 20°; **Б)** 40°; **В)** 60°; **Г)** 80°.

10. Укажіть точку, яка симетрична точці $(-1;\ 2)$ відносно початку координат.

А) $(1;\ -2)$; **Б)** $(-1;\ -2)$; **В)** $(2;\ -1)$; **Г)** $(1;\ 2)$.

11. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

А) 30 см^2; **Б)** 15 см^2; **В)** 60 см^2; **Г)** 45 см^2.

12. Площини α і β перетинаються по прямій m. Пряма a належить площині α. Укажіть можливе взаємне розташування прямих a і m.

А) прямі a і m можуть перетинатися, не можуть бути паралельними або мимобіжними;

Б) прямі a і m можуть бути паралельними, не можуть бути мимобіжними або перетинатися;

В) прямі a і m можуть бути мимобіжними, не можуть бути паралельними або перетинатися;

Г) прямі a і m можуть перетинатися або бути паралельними, не можуть бути мимобіжними.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть значення виразу $1000^{\lg 3 - \lg 6} - \log_2 \cos 60°$.

Відповідь: ______________________

14. З натуральних чисел від 1 до 30 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що воно виявиться дільником числа 30?

Відповідь: ______________________

15. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2 + \sqrt{x - 1}} = 3$.

Відповідь: ______________________

16. Довжина твірної конуса відноситься до довжини його висоти як 5 : 4. Знайдіть повну поверхню конуса, якщо діаметр його основи дорівнює 12 см.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x + \sqrt{2} \cos x = 0$.

18. Знайдіть точки мінімуму функції $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.

19. Основою прямої призми є ромб, сторона якого дорівнює a. Гострий кут між площинами двох бічних граней призми дорівнює α. Більша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом β. Знайдіть об'єм призми.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких рівняння $(a + 1)x^2 - ax + (a - 3) = 0$ має не більше ніж один корінь.

21. Побудуйте на координатній площині множину точок, координати яких $(x;\ y)$ задовольняють нерівність $\left|x^2 + y^2 - 2x\right| \leqslant 2y$.

22. Середня лінія рівнобічної трапеції ділить її на частини, відношення площ яких дорівнює 13 : 7. Відомо, що у трапецію можна вписати коло. Знайдіть висоту трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 10 см.

23. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює l, а радіус кулі, описаної навколо неї, – R. Знайдіть об'єм піраміди.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 5**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. $3\frac{2}{7} - 2\frac{1}{5} = \ldots$

А) $1\frac{1}{2}$; **Б)** $1\frac{1}{35}$; **В)** $1\frac{3}{35}$; **Г)** $1\frac{17}{35}$.

2. Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $4x^2 - 4x + 1$.

А) $(2x - 1)^2$; **Б)** $(2x + 1)^2$; **В)** $(2x - 1)(2x + 1)$; **Г)** $(x - 2)^2$.

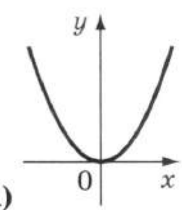
3. Спростіть вираз $\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{108}$.

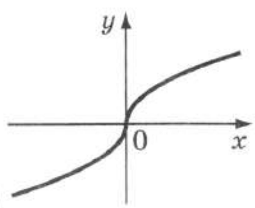
А) $2\sqrt{3}$; **Б)** $3\sqrt{3}$; **В)** $\sqrt{15}$; **Г)** $-\sqrt{3}$.

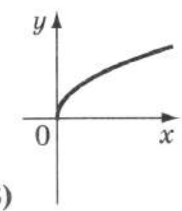
4. На пошиття комплекту шкільної форми витрачають 3,4 м тканини. Яку найбільшу кількість таких комплектів можна пошити з 20 м такої самої тканини?

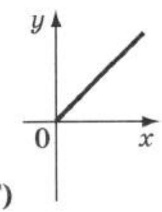
А) 3; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** 6.

5. Укажіть малюнок, на якому зображено ескіз графіка функції $y = \sqrt[6]{x}$?

А)


Б)


В)


Г)


6. Розв'яжіть рівняння $\mathrm{tg}\frac{x}{2} = -1$.

А) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$; **Б)** $-\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$; **В)** $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2},\ k \in Z$; **Г)** $\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z$.

7. Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 5 і 6, якщо цифри в числі не повторюються?

А) 4; **Б)** 6; **В)** 8; **Г)** 12.

8. Для функції $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ знайдіть первісну $F(x)$ таку, що $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

А) $F(x) = \mathrm{ctg}x + 1$; **Б)** $F(x) = \mathrm{tg}x + 1$; **В)** $F(x) = -\mathrm{tg}x + 3$; **Г)** $F(x) = -\mathrm{ctg}x + 3$.

9. Дано вектори $\vec{a}(-4;\ 1)$ і $\vec{b}(x;\ 8)$. При якому значенні x виконується рівність $\vec{a}\,\vec{b} = 12$?

А) 1; **Б)** -2; **В)** 2; **Г)** -1.

10. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 8 см, а кут при основі – 75°. Обчисліть площу трикутника.

А) 8 $см^2$; **Б)** 16 $см^2$; **В)** 32 $см^2$; **Г)** $16\sqrt{3}$ $см^2$.

11. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні розміри якого дорівнюють 3 см, 4 см і 5 см.

А) 48 $см^3$; **Б)** 120 $см^3$; **В)** 60 $см^3$; **Г)** 94 $см^3$.

12. Сферу, радіус якої дорівнює 5 см, перетнули площиною на відстані 3 см від центра сфери. Знайдіть довжину лінії перетину сфери із цією площиною.

А) 4π см; **Б)** 6π см; **В)** 8π см; **Г)** 10π см.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $f(x) = 3 - 4\cos x$.

Відповідь: ______________________

14. Розв'яжіть рівняння $\log_2(x - 2) + \log_2(x - 4) = 3$.

Відповідь: ______________________

15. Ціну холодильника знижували двічі, щоразу на 10 %. Знайдіть початкову ціну холодильника, якщо після вказаних знижок він став коштувати 3645 грн.

Відповідь: ______________________

16. У циліндрі перпендикулярно до радіуса основи через його середину проведено переріз. У перерізі утворився квадрат з діагоналлю $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть нерівність $4^{x-1} + 4^{x+2} \geqslant 130$.

18. Знайдіть координати точки перетину з віссю абсцис тих дотичних до графіка функції $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$, які утворюють з додатним напрямом цієї осі кут $\dfrac{3\pi}{4}$.

19. Основа піраміди – рівнобедрений трикутник з кутом β при основі та радіусом описаного кола R. Знайдіть площу повної поверхні піраміди, якщо всі її грані нахилені до площини основи під кутом α.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких нерівність $3 - |x - a| > x^2$ має хоча б один від'ємний розв'язок.

21. Обчисліть: $\sqrt{\left|20\sqrt{7} - 53\right|} + \sqrt{53 + 20\sqrt{7}}$.

22. Знайдіть рівняння кола із центром у точці $O(-2; 1)$, яке дотикається до прямої $5x - 12y - 4 = 0$.

23. У кулю радіуса R вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з меншою бічною гранню кут α. Діагональ основи паралелепіпеда утворює з більшою стороною основи кут β. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

Прізвище, ім'я ________________________________ ***Клас*** __________ ***Варіант 6***

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. Обчисліть $4\frac{1}{3}+2\frac{4}{7}$.

А) $6\frac{19}{21}$; **Б)** $6\frac{5}{21}$; **В)** $7\frac{19}{21}$; **Г)** $6\frac{20}{21}$.

2. Розкладіть многочлен x^2-25 на множники.

А) $(x-5)^2$; **Б)** $(x-5)(x+5)$; **В)** $-(x+5)^2$; **Г)** $(x-25)(x+25)$.

3. Обчисліть $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{0{,}12}$.

А) $-0{,}2$; **Б)** $0{,}2$; **В)** $0{,}1$; **Г)** $-0{,}1$.

4. Яку решту має дати касир покупцеві, якщо той придбав товар вартістю 70 грн 50 коп. і для розрахунку надав купюру номіналом 200 грн?

А) 129 грн 50 коп.; **Б)** 130 грн 50 коп.;
В) 30 грн 50 коп.; **Г)** 29 грн 50 коп.

5. Знайдіть область визначення функції $y=\sqrt[10]{x}$.

А) $[10;+\infty)$; **Б)** $(-\infty;+\infty)$; **В)** $[0;+\infty)$; **Г)** $(-\infty;0]$.

6. Розв'яжіть рівняння $\sin(2x)=1$.

А) $\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$; **Б)** $\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z$;

В) $\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$; **Г)** $(-1)k\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$.

7. З літер, написаних на окремих картках, склали слово **АЛГЕБРА.** Потім ці картки перевернули, перемішали й навмання взяли одну з них. Яка ймовірність того, що на ній написано літеру Б?

А) $\frac{1}{2}$; **Б)** $\frac{2}{7}$; **В)** $\frac{1}{7}$; **Г)** 1.

8. Обчисліть $\int_0^2 2^x\ln 2\,dx$.

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4.

9. Укажіть вектор, що колінеарний вектору $\vec{a}(-3;1)$.

А) $\vec{p}(3;1)$; **Б)** $\vec{l}(-6;-2)$; **В)** $\vec{m}(6;-2)$; **Г)** $\vec{k}(-9;2)$.

10. Знайдіть площу прямокутника, діагональ якого дорівнює 10 см, а кут між діагоналями – 60°.

А) 25 см^2; **Б)** $25\sqrt{3}$ см^2; **В)** 50 см^2; **Г)** $50\sqrt{3}$ см^2.

11. Площа основи трикутної прямої призми дорівнює 6 см^2, а площі бічних граней – 12 см^2, 16 см^2 і 20 см^2. Знайдіть площу повної поверхні призми.

А) 54 см^2; **Б)** 108 см^2; **В)** 60 см^2; **Г)** 72 см^2.

12. На відстані 6 см від центра сфери проведено переріз, що перетинає сферу по колу, довжина якого дорівнює 16π см. Знайдіть площу поверхні сфери.

А) 100π см^2; **Б)** 256π см^2; **В)** 400π см^2; **Г)** 800π см^2.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть область значень функції $f(x) = 3 - \sqrt{x}$.

Відповідь: ______________________

14. Розв'яжіть рівняння $3\log_2 \sqrt[3]{x} - \log_2 x^4 = 9$.

Відповідь: ______________________

15. Вкладник відкрив у банку депозит на 10 000 грн під 10 % річних. Через рік банк підвищив відсотки по депозиту до 12 % річних. Який прибуток отримав вкладник через два роки після відкриття депозиту, якщо банк нараховує складні відсотки?

Відповідь: ______________________

16. Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є квадрат, що відтинає від кола основи дугу 90°. Знайдіть відстань від осі циліндра до цього перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 6 см.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть нерівність $9^{x-1} + 9^{x+1} < 246$.

18. Знайдіть координати точки перетину з осями координат тих дотичних до графіка функції $f(x) = \dfrac{2x-3}{x+3}$, у яких кутовий коефіцієнт дорівнює 9.

19. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом b і протилежним до нього кутом β. Усі бічні ребра піраміди нахилені до основи під кутом α. Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких нерівність $2 - |x + a| > x^2$ має хоча б один додатний розв'язок.

21. Обчисліть: $\sqrt{\left|24\sqrt{3} - 43\right|} - \sqrt{43 + 24\sqrt{3}}$.

22. Знайдіть рівняння кола із центром у точці $O(-1;\ 2)$, яке дотикається до прямої $12x - 5y - 17 = 0$.

23. У кулю радіуса R вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з більшою бічною гранню кут φ. Діагоналі основи паралелепіпеда утворюють між собою кут α. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

Прізвище, ім'я ______________________ ***Клас*** __________ ***Варіант 7***

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. $\frac{7}{8}+\frac{1}{12}-\frac{5}{6}=\ldots$

А) $\frac{1}{8}$; **Б)** $\frac{3}{26}$; **В)** $\frac{1}{4}$; **Г)** $\frac{1}{6}$.

2. Подайте вираз $0{,}16-p^2$ у вигляді добутку.

А) $(0{,}4-p)(0{,}4+p)$; **Б)** $(0{,}16-p)(0{,}16+p)$;
В) $(0{,}04-p)(0{,}04+p)$; **Г)** $(0{,}4-p)^2$.

3. Знайдіть значення виразу $\left(-5\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$.

А) -15; **Б)** 15; **В)** -3; **Г)** 3.

4. У банкоматі залишилося три купюри по 100 грн, усі решта – по 50 грн. Клієнт замовив суму у 450 грн. Банкомат видає спочатку всі наявні купюри по 100 грн, а потім – купюри по 50 грн. Скільки купюр по 50 грн видасть банкомат клієнту?

А) 9; **Б)** 8; **В)** 6; **Г)** 3.

5. Укажіть правильну рівність.

А) $\sqrt[4]{16}=\pm2$; **Б)** $\sqrt[4]{16}=4$; **В)** $\sqrt[4]{16}=2$; **Г)** $\sqrt{16}=2$.

6. Розв'яжіть рівняння $\cos\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

А) $\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$; **Б)** $\pm\frac{\pi}{2}+4\pi k,\ k\in Z$; **В)** $\pm\frac{\pi}{4}+4\pi k,\ k\in Z$; **Г)** $\pm\frac{\pi}{8}+\pi k,\ k\in Z$.

7. Придбали 20 однакових ламп, з яких 7 виявилися бракованими. Яка ймовірність того, що навмання взята лампа виявиться бракованою?

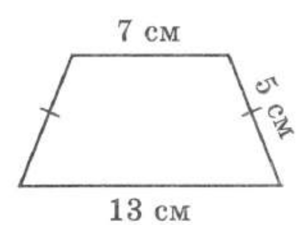
А) $\frac{1}{7}$; **Б)** $\frac{1}{20}$; **В)** $\frac{7}{20}$; **Г)** $\frac{13}{20}$.

8. Для функції $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $K\left(\frac{\pi}{4};\ -3\right)$.

А) $F(x)=\mathrm{tg}x-4$; **Б)** $F(x)=-\mathrm{tg}x-2$; **В)** $F(x)=\mathrm{ctg}x-4$; **Г)** $F(x)=-\mathrm{ctg}x-2$.

9. Укажіть число, що дорівнює модулю вектора $\vec{a}(4;\ -3)$.

А) 7; **Б)** 1; **В)** 5; **Г)** 3.



10. Знайдіть площу трапеції, зображеної на малюнку.

А) 80 см^2; **Б)** 40 см^2; **В)** 50 см^2; **Г)** інша відповідь.

11. Об'єм призми – 150 см^3, а площа її основи – 10 см^2. Знайдіть висоту призми.

А) 5 см; **Б)** 10 см; **В)** 12 см; **Г)** 15 см.

12. Перерізом кулі площиною, яку проведено на відстані 4 см від центра, є круг площею 9π см^2. Знайдіть об'єм кулі.

А) $\frac{500\pi}{3}$ см^3; **Б)** 125π см^3; **В)** 600π см^3; **Г)** $\frac{125\pi}{3}$ см^3.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = 2\sin x - 3$.

Відповідь: ______________________

14. Розв'яжіть рівняння $\log_2(5 \cdot 2^{x+1} - 36) = x$.

Відповідь: ______________________

15. Ціну на монітор знижували двічі, спочатку на 15 %, а потім на 10 %. Якою була початкова ціна монітора, якщо після цих знижок він став коштувати 1530 грн?

Відповідь: ______________________

16. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої основи, дорівнює 6 см і утворює з площиною нижньої основи циліндра кут 60°. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть нерівність $4^{x-2} + 4^{x+1} \leqslant 130$.

18. Знайдіть координати точок перетину з осями координат тих дотичних до графіка функції $f(x) = \dfrac{2x-2}{x+1}$, кутовий коефіцієнт яких дорівнює 4.

19. Основою піраміди є ромб з тупим кутом β і меншою діагоналлю d. Усі бічні грані піраміди утворюють з площиною основи кут α. Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких нерівність $x^2 < 4 - |x + a|$ має хоча б один від'ємний розв'язок.

21. Обчисліть: $\sqrt{\left|40\sqrt{2} - 57\right|} - \sqrt{57 + 40\sqrt{2}}$.

22. Знайдіть рівняння кола із центром у точці $O(-1;\ 3)$, яке дотикається до прямої $15x - 8y + 5 = 0$.

23. У кулю радіуса R вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з більшою бічною гранню кут β. Діагональ основи паралелепіпеда утворює з меншою стороною основи кут α. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 8**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

1. $2\frac{5}{9}+1\frac{1}{6}=\ldots$.

А) $3\frac{2}{3}$; **Б)** $3\frac{1}{3}$; **В)** $3\frac{13}{18}$; **Г)** $3\frac{7}{9}$.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

2. Подайте вираз $3m-9$ у вигляді добутку.

А) $3(m-9)$; **Б)** $3(m+3)$; **В)** $3(m-3)$; **Г)** $3(3m-1)$.

3. Знайдіть значення виразу $\sqrt{2a-b}$, якщо $a=7$, $b=-2$.

А) $2\sqrt{3}$; **Б)** 4; **В)** 5; **Г)** 16.

4. Потяг відбув з вокзалу о 22 год 30 хв і прибув у пункт призначення наступного дня о 7 год 45 хв. Скільки часу потяг був у дорозі?

А) 14 год 15 хв; **Б)** 9 год 15 хв; **В)** 8 год 15 хв; **Г)** 6 год 15 хв.

5. Запишіть степінь $a^{\frac{3}{4}}$, де $a>0$, у вигляді кореня.

А) $\sqrt[3]{a^4}$; **Б)** $\sqrt[4]{a^3}$; **В)** $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$; **Г)** $\sqrt{a^3}$.

6. Розв'яжіть рівняння $\mathrm{tg}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}$.

А) $\frac{7\pi}{12}+2\pi k,\ k\in Z$; **Б)** $\frac{5\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z$; **В)** $\frac{\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z$; **Г)** $\frac{7\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z$.

7. Меню кав'ярні включає 7 видів тістечок і 5 видів кави. Скількома способами можна поснідати в цій кав'ярні, якщо наявних коштів вистачить або тільки на каву, або тільки на тістечко?

А) 5; **Б)** 7; **В)** 35; **Г)** 12.

8. Обчисліть $\int_{-3}^{0} x^2dx$.

А) -3; **Б)** 3; **В)** 9; **Г)** -9.

9. Укажіть число, що дорівнює скалярному добутку векторів $\vec{a}(-2;\ 3)$ і $\vec{b}(4;\ 7)$.

А) 12; **Б)** 11; **В)** 13; **Г)** 9.

10. Знайдіть площу трикутника зі сторонами 5 см, 5 см і 8 см.

А) 10 см^2; **Б)** 12 см^2; **В)** 16 см^2; **Г)** 24 см^2.

11. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні розміри якого дорівнюють 6 см, 2 см і 5 см.

А) 94 см^3; **Б)** 120 см^3; **В)** 60 см^3; **Г)** 48 см^3.

12. Діаметр кулі дорівнює 8 см. Точка A лежить в дотичній до кулі площині на відстані 3 см від точки дотику кулі з площиною. Знайдіть відстань від точки A до центра кулі.

А) $\sqrt{73}$ см; **Б)** $\sqrt{55}$ см; **В)** 10 см; **Г)** 5 см.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть область значень функції $y = -0{,}5 - x^2$.

Відповідь: ____________________

14. Розв'яжіть рівняння $2\log_3(x - 1) = \log_3(4x + 1)$.

Відповідь: ____________________

15. Клієнт відкрив у банку депозит на 10 000 грн під 16 % річних. Який прибуток отримає клієнт через 2 роки, якщо банк нараховує складні відсотки?

Відповідь: ____________________

16. Осьовим перерізом циліндра є квадрат, діагональ якого дорівнює $8\sqrt{2}$ см. Паралельно осі циліндра проведено переріз, діагональ якого дорівнює 10 см. Знайдіть площу цього перерізу.

Відповідь: ____________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть нерівність $4^{x-3} + 4^{x+1} > 514$.

18. Знайдіть координати точок перетину з віссю ординат тих дотичних до графіка функції $f(x) = \dfrac{3x-1}{x+8}$, які утворюють кут $\dfrac{\pi}{4}$ з додатним напрямом осі абсцис.

19. Основою піраміди є прямокутник. Діагональ прямокутника дорівнює d і утворює з його стороною кут γ. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом α. Знайдіть об'єм піраміди.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі значення параметра a, при кожному з яких нерівність $x^2 < 1 - |x - a|$ має хоча б один додатний розв'язок.

21. Обчисліть: $\sqrt{\left|12\sqrt{5} - 29\right|} - \sqrt{29 + 12\sqrt{5}}$.

22. Знайдіть рівняння кола із центром у точці $O(-3;\ 1)$, яке дотикається до прямої $8x - 15y - 12 = 0$.

23. У кулю радіуса R вписано прямокутний паралелепіпед, діагональ якого утворює з меншою бічною гранню кут β. Діагоналі основи паралелепіпеда утворюють між собою кут α. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 9**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

1. Автомобіль збільшив швидкість з 80 км/год до 100 км/год. На скільки відсотків збільшилась швидкість автомобіля?

А) на 20 %; **Б)** на 25 %; **В)** на 30 %; **Г)** на 40 %.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

2. Укажіть вираз, що є одночленом.

А) $7m + n$; **Б)** $7mn$; **В)** $7m - n$; **Г)** $7(m - n)$.

3. Скоротіть дріб $\dfrac{3x^2 - 27}{18 - 6x}$.

А) $-\dfrac{3-x}{2}$; **Б)** $\dfrac{3-x}{2}$; **В)** $\dfrac{x+3}{2}$; **Г)** $-\dfrac{x+3}{2}$.

4. Укажіть число, що є розв'язком нерівності $x^2 + 2x - 3 \geqslant 0$.

А) -3; **Б)** -2; **В)** -1; **Г)** 0.

5. Укажіть рівняння, яке має розв'язки.

А) $\sin x = -2$; **Б)** $\sin x = 2$; **В)** $\cos x = 2$; **Г)** $\mathrm{tg}\, x = 2$.

6. Розв'яжіть рівняння $2^{x-2} + 2^x = 10$.

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4.

7. У коробці є 40 кульок, половина з яких чорного кольору. Навмання беруть одну з них. Яка ймовірність того, що вона чорного кольору?

А) $\dfrac{1}{20}$; **Б)** $\dfrac{1}{4}$; **В)** $\dfrac{1}{40}$; **Г)** $\dfrac{1}{2}$.

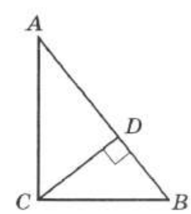
8. Знайдіть невизначений інтеграл $\int (3\cos x - 2\sin x)dx$.

А) $-3\sin x + 2\cos x + C$; **Б)** $3\sin x + 2\cos x + C$;

В) $-3\sin x - 2\cos x + C$; **Г)** $3\sin x - 2\cos x + C$.

9. CD – висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи. Укажіть правильну рівність.

А) $CD^2 = AC \cdot BC$;
Б) $CD^2 = AD \cdot DB$;
В) $CD^2 = AD \cdot AB$;
Г) $CD^2 = BD \cdot AB$.



10. У трикутнику ABC $AB = 4\sqrt{3}$ см, $\angle C = 60°$. Обчисліть радіус кола, описаного навколо трикутника.

А) $4\sqrt{2}$ см; **Б)** 8 см; **В)** 4 см; **Г)** 2 см.

11. Радіус сфери дорівнює 6 см. Якою НЕ може бути відстань між двома довільними точками даної сфери?

А) 5 см; **Б)** 11 см; **В)** 12 см; **Г)** 13 см.

12. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює 5 см, а площа повної поверхні призми – 110 см^2. Знайдіть висоту призми.

А) 2 см; **Б)** 3 см; **В)** 4 см; **Г)** 6 см.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Спростіть вираз $\cos(\pi + \alpha)\cos(\alpha - 2\pi) + \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$.

Відповідь: ______________________

14. При яких значеннях x функція $f(x) = 1 - \lg(x - 3)$ набуває додатних значень?

Відповідь: ______________________

15. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = \frac{3 - x^2}{x + 2}$.

Відповідь: ______________________

16. Знайдіть координати вершини A паралелограма $ABCD$, якщо $B(-2; 7; 1)$, $C(4; -2; 3)$, $D(0; 11; -2)$.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3 - x} + \sqrt{x + 2} = 3$.

18. Обчисліть $\log_9 3 \cdot \lg 5 \cdot \log_{27} 10$.

19. Із кінців відрізка, що належать двом перпендикулярним площинам, до лінії перетину площин проведено перпендикуляри, довжини яких $4\sqrt{2}$ см і 4 см. Відстань між основами проведених перпендикулярів дорівнює 4 см. Обчисліть кути, що утворює цей відрізок з даними площинами.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі цілі корені рівняння $\cos\left(\frac{\pi}{8}(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800})\right) = 1$.

21. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = -x^2 + 2x + 2$, $y = -x^2 - 4x - 1$ і $y = 3$.

22. У коло вписано чотирикутник $ABCD$, діагоналі якого взаємно перпендикулярні й перетинаються в точці O. Пряма, що проходить через точку O і є перпендикулярною до AB, перетинає сторону CD у точці M. Доведіть, що OM – медіана трикутника COD, і знайдіть її довжину, якщо $AD = 8$ см, $AB = 4$ см, $\angle CDB = 60°$.

23. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α. Навколо цієї піраміди описано кулю, радіус якої дорівнює R. Знайдіть об'єм піраміди.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 10**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

1. Морська вода містить 6 % солі. Скільки солі міститься у 300 кг морської води?

А) 18 кг; **Б)** 50 кг; **В)** 1,8 кг; **Г)** 5 кг.

2. Спростіть вираз $(2x - 7) + (3 + 5x)$.

А) $11x$; **Б)** $7x + 4$; **В)** $3x$; **Г)** $7x - 4$.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

3. Зведіть дріб $\frac{3}{2x^2y}$ до знаменника $8x^6y$.

А) $\frac{12x^4y}{8x^6y}$; **Б)** $\frac{12x^3}{8x^6y}$; **В)** $\frac{12x^4}{8x^6y}$; **Г)** $\frac{3x^4}{8x^6y}$.

4. Укажіть число, що НЕ є розв'язком нерівності $x^2 + x - 6 < 0$.

А) -1; **Б)** 0; **В)** 1; **Г)** 3.

5. $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \ldots$

А) $-\frac{\pi}{4}$; **Б)** $\frac{\pi}{3}$; **В)** $-\frac{\pi}{3}$; **Г)** $-\frac{\pi}{6}$.

6. Розв'яжіть рівняння $3^{x^2+x} = 9$.

А) $-1,\ 2$; **Б)** $-2,\ 1$; **В)** $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$; **Г)** 2.

7. Яка ймовірність того, що при одноразовому підкиданні грального кубика випаде парне число?

А) $\frac{1}{3}$; **Б)** $\frac{1}{2}$; **В)** $\frac{5}{6}$; **Г)** $\frac{2}{3}$.

8. Обчисліть $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x)dx$.

А) 2; **Б)** 1; **В)** -1; **Г)** 0.

9. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, причому $AB : A_1B_1 = 2 : 3$. Тоді $B_1C_1 : BC = \ldots$

А) 2 : 3; **Б)** 3 : 2; **В)** 5 : 2; **Г)** 3 : 5.

10. У трикутнику ABC $AB = 1$ см, $BC = 2$ см, $AC = \sqrt{3}$ см. Обчисліть середній за величиною кут трикутника.

А) 30°; **Б)** 45°; **В)** 60°; **Г)** 75°.

11. Діаметр кулі дорівнює 10 см. Знайдіть площу великого круга кулі.

А) 25π см^2; **Б)** 100π см^2; **В)** 36π см^2; **Г)** 400π см^2.

12. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 6 см, а діагональ паралелепіпеда – 7 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.

А) 72 см^2; **Б)** 54 см^2; **В)** 36 см^2; **Г)** 108 см^2.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Знайдіть $\sin 2\alpha$, якщо $\cos\alpha = -0{,}6$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Відповідь: ______________________

14. Розв'яжіть нерівність $\log^2_{0,5}x - \log_{0,5}x - 2 \leqslant 0$.

Відповідь: ______________________

15. Знайдіть проміжки спадання функції $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 5$.

Відповідь: ______________________

16. Кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює $120°$. Знайдіть $\vec{a} \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$, якщо $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$.

Відповідь: ______________________

Розв'язіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2 - x} + \sqrt{x + 3} = 3$.

18. Обчисліть $\log_7 2 \cdot \lg 7 \cdot \log_{16} 10$.

19. Основою піраміди є правильний трикутник. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до неї під кутом β. Висота піраміди дорівнює H. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі цілі корені рівняння $\cos\left(\frac{\pi}{10}(3x - \sqrt{9x^2 + 80x - 40})\right) = 1$.

21. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y = x^2 - 2x + 2$, $y = x^2 + 4x + 5$ і $y = 1$.

22. У коло вписано чотирикутник $MNPQ$, діагоналі якого взаємно перпендикулярні й перетинаються в точці A. Пряма, що проходить через точку A й середину NP, перетинає сторону MQ у точці B. Доведіть, що AB – висота трикутника MAQ, і знайдіть її довжину, якщо $PQ = 6$ см, $NA = 5$ см, $\angle MQN = 45°$.

23. У циліндр вписано паралелепіпед, діагональ якого з площиною основи утворює кут α, а з більшою бічною гранню – кут β. Сторона основи більшої бічної грані паралелепіпеда дорівнює a. Знайдіть об'єм циліндра.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 11**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

1. Ціна стартового пакета мобільного оператора знизилася з 50 грн до 40 грн. На скільки відсотків знизилася ціна?

А) на 20 %; **Б)** на 10 %; **В)** на 25 %; **Г)** на 15 %.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

2. Укажіть одночлен, записаний у стандартному вигляді.

А) $4a^2b \cdot a^3$; **Б)** $-2a^2b$; **В)** $-7a \cdot 2p$; **Г)** a^2ba^3c.

3. Скоротіть дріб $\frac{8y^2-2}{8-16y}$.

А) $-\frac{2y+1}{4}$; **Б)** $\frac{2y+1}{4}$; **В)** $-\frac{1-2y}{4}$; **Г)** $\frac{1-2y}{4}$.

4. Укажіть нерівність, розв'язком якої є число -1.

А) $x^2+2x>0$; **Б)** $x^2-2x \geqslant 0$; **В)** $x^2-x<0$; **Г)** $x^2+4 \leqslant 0$.

5. Розв'яжіть рівняння $\cos x = \frac{1}{2}$.

А) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k \in Z$; **Б)** $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k \in Z$;

В) $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k \in Z$; **Г)** $(-1)^k\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k \in Z$.

6. Знайдіть область визначення функції $y=\frac{3}{5^{x+3}-25}$.

А) $(-\infty;+\infty)$; **Б)** $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$; **В)** $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$; **Г)** $(-1;+\infty)$.

7. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність того, що на його грані випаде число, яке є дільником числа 24?

А) $\frac{1}{3}$; **Б)** $\frac{1}{2}$; **В)** $\frac{5}{6}$; **Г)** 1.

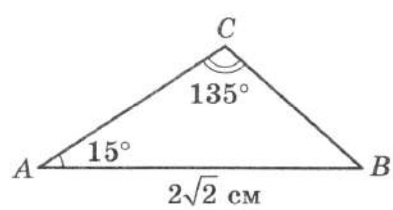
8. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x)=8x^7$.

А) $F(x)=\frac{x^8}{8}+C$; **Б)** $F(x)=x^8+C$; **В)** $F(x)=56x^6$; **Г)** $F(x)=56x^6+C$.

9. $\triangle ABC \sim \triangle MNQ$, $\angle B = 105°$. Укажіть, який з кутів трикутника MNQ дорівнює $105°$.

А) $\angle M$; **Б)** $\angle N$; **В)** $\angle Q$; **Г)** жодний з кутів.

10. У трикутнику ABC, зображеному на малюнку, знайдіть AC.



А) $\frac{2}{\sin 15}$; **Б)** $2\sin 15°$; **В)** 2; **Г)** $\frac{1}{2}$.

11. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а твірна нахилена до площини основи під кутом 60°. Знайдіть твірну конуса.

А) $3\sqrt{3}$ см; **Б)** 6 см; **В)** 15 см; **Г)** 12 см.

12. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює $3\sqrt{2}$ см, а бічне ребро – 5 см. Знайдіть площу діагонального перерізу призми.

А) 30 см^2; **Б)** $30\sqrt{2}$ см^2; **В)** $15\sqrt{2}$ см^2; **Г)** 15 см^2.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Спростіть вираз $\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

Відповідь: ______________________

14. Знайдіть область визначення функції $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{0,5}(x-2)}}$.

Відповідь: ______________________

15. Знайдіть точки екстремуму функції $y=x^2-\dfrac{x^3}{3}+3x-\dfrac{1}{3}$.

Відповідь: ______________________

16. Знайдіть координати точки простору, яка лежить на осі абсцис і рівновіддалена від точок $A(2;\ 3;\ 3)$ і $B(3;\ 1;\ 4)$.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{8-x}+\sqrt{x+2}=4$.

18. Обчисліть $\log_{11}3\cdot\lg 11\cdot\log_{81}10$.

19. Кінці відрізка належать двом перпендикулярним площинам. Проекції відрізка на кожну з площин відповідно дорівнюють $\sqrt{369}$ см і 20 см. Відстань між основами перпендикулярів, що проведено з кінців відрізка до площин, – 12 см. Знайдіть довжину даного відрізка.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі цілі корені рівняння $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\left(3x+\sqrt{9x^2+224x+1416}\right)\right)=1$.

21. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями $y=x^2-4x+5$, $y=x^2+8x+17$ і $y=1$.

22. У коло вписано чотирикутник $MNPQ$, діагоналі якого взаємно перпендикулярні й перетинаються в точці D. Пряма, що проходить через точку D і середину сторони MN, перетинає сторону PQ у точці H. Доведіть, що DH – висота трикутника PDQ, і знайдіть її довжину, якщо $MN=4$ см, $MQ=7$ см, $\angle MPQ=60^\circ$.

23. У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює a, двогранний кут при ребрі основи – α. Знайдіть об'єм кулі, описаної навколо цієї піраміди.

Прізвище, ім'я ______________________ **Клас** __________ **Варіант 12**

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДИН є ПРАВИЛЬНИМ. Оберіть і позначте правильний варіант відповіді в таблиці.

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

1. У процесі перегонки нафти утворюється 30 % гасу. Скільки гасу утвориться після перегонки 240 т нафти?

А) 8 т; **Б)** 72 т; **В)** 80 т; **Г)** 24 т.

2. Спростіть вираз $(2x^2 - 3x + 5) - (2x^2 - 5x - 1)$.

А) $2x + 6$; **Б)** $2x - 6$; **В)** $4x^2 - 8x + 4$; **Г)** $-2x + 6$.

3. Перетворіть вираз $\frac{a^8}{10} \cdot \frac{5}{a^2}$ на дріб.

А) $\frac{a^6}{2}$; **Б)** $\frac{a^4}{2}$; **В)** $\frac{2}{a^6}$; **Г)** $\frac{a^{10}}{50}$.

4. Укажіть нерівність, розв'язком якої є число 1.

А) $x^2 + x \leqslant 0$; **В)** $x^2 - x + 1 \leqslant 0$; **Б)** $x^2 + x - 1 < 0$; **Г)** $x^2 - x \geqslant 0$.

5. $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \ldots$

А) $\frac{\pi}{4}$; **Б)** $-\frac{3\pi}{4}$; **В)** $\frac{3\pi}{4}$; **Г)** $-\frac{\pi}{4}$.

6. Розв'яжіть рівняння $4^{x-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1}$.

А) -1; **Б)** 1; **В)** -3; **Г)** $\frac{1}{3}$.

7. У шухляді лежить 9 хустинок, з яких дві – білого кольору. Навмання із шухляди витягують одну хустинку. Яка ймовірність того, що вона буде білого кольору?

А) $\frac{1}{2}$; **Б)** $\frac{7}{9}$; **В)** $\frac{2}{9}$; **Г)** $\frac{1}{9}$.

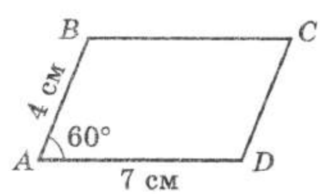
8. Для функції $f(x) = 5e^x$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку $M(0; -2)$.

А) $F(x) = e^x - 2$; **Б)** $F(x) = 5e^x - 7$; **В)** $F(x) = 5e^x + 7$; **Г)** $F(x) = 5e^x - 2$.

9. Трикутники ABC і KLM – подібні. $\angle A = 30°$, $\angle L = 70°$. Тоді $\angle C = \ldots$

А) 30°; **Б)** 70°; **В)** 80°; **Г)** 100°.

10. У паралелограмі $ABCD$, зображеному на малюнку, знайдіть довжину більшої діагоналі.



А) $\sqrt{93}$ см; **Б)** $\sqrt{37}$ см; **В)** $\sqrt{65}$ см; **Г)** $\sqrt{33}$ см.

11. Висота конуса дорівнює 6 см, а його твірна – 10 см. Знайдіть радіус основи конуса.

А) 4 см; **Б)** 8 см; **В)** 16 см; **Г)** $2\sqrt{34}$ см.

12. У правильній трикутній призмі сторона основи дорівнює 3 см, а діагональ бічної грані – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

А) 27 см^2; **Б)** 36 см^2; **В)** 48 см^2; **Г)** 45 см^2.

Розв'яжіть завдання 13–16 і запишіть відповідь до кожного у відведений для цього рядок.

13. Спростіть вираз $\frac{\sin\beta}{1+\cos\beta}+\frac{\sin\beta}{1-\cos\beta}$.

Відповідь: ______________________

14. Знайдіть кількість цілих розв'язків нерівності $\log_3^2 x < 4$.

Відповідь: ______________________

15. Знайдіть найменше значення функції $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{2}{x}$ на відрізку [1; 4].

Відповідь: ______________________

16. Модуль вектора $\vec{a}(2;\ m-5;\ -6)$ дорівнює 7. Знайдіть m.

Відповідь: ______________________

Розв'яжіть завдання 17–19 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

17. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+8}+\sqrt{2-x}=4$.

18. Обчисліть $\log_{17}2\cdot\lg 17\cdot\log_8 10$.

19. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою a і кутом α при вершині. Бічна грань, що містить основу цього трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до площини основи під кутом φ. Знайдіть бічну поверхню піраміди.

Розв'яжіть завдання 20–23 та запишіть розв'язання кожного з повним обґрунтуванням послідовності логічних кроків і дій, посиланнями на математичні твердження та факти, з яких випливає той чи інший висновок. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

20. Знайдіть усі цілі корені рівняння $\cos\left(\frac{\pi}{4}(3x-\sqrt{9x^2-16x-80})\right)=1$.

21. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями $y=-x^2-2x+4$, $y=-x^2+4x+1$ і $y=5$.

22. У коло вписано чотирикутник $ABCD$, діагоналі якого взаємно перпендикулярні й перетинаються в точці O. Пряма, що проходить через точку O і є перпендикулярною до BC, перетинає сторону AD у точці M. Доведіть, що OM – медіана трикутника AOD, та знайдіть її довжину, якщо $AB=7$ см, $CO=3$ см, $\angle ADB=30°$.

23. У циліндр вписано паралелепіпед. Сторона основи більшої бічної грані паралелепіпеда дорівнює a. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут α, а з більшою бічною гранню – кут β. Знайдіть об'єм циліндра.

ЗМІСТ

Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович
ЄРГІНА Оксана Володимирівна

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ
для атестаційних письмових робіт з математики

11 клас

Головний редактор *Н. Заблоцька*
Редактор *О. Єргіна*
Обкладинка, макет *Т. Кущ*
Технічний редактор *Ц. Федосіхіна*
Комп'ютерна верстка *Т. Скалиги*
Коректори *Л. Федоренко, І. Борик*

Формат 84×108/16.
Ум. друк. арк. 4,2. Обл.-вид. арк. 3,78.
Тираж 10 023 пр. Вид. № 1586.
Зам. № 4660.

Видавництво «Генеза», вул. Тимошенка, 2-л, м. Київ, 04212.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 3966 від 01.02.2011.

Віддруковано з готових позитивів на ТОВ «Поліпрінт»,
вул. Лугова, 1-а, м. Київ, 04073.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 1250 від 27.02.2003.

Відповідно до листа МОН України від 11.06.2014 № 1/9-303 у 2015 році державна підсумкова атестація учнів 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів проводиться в письмовій формі за підсумковими (атестаційними) контрольними роботами.

ТОВ «Видавництво «Генеза»
тел.: (044) 379-14-07
e-mail: sales@geneza.ua